Teorija grafova

predavanja

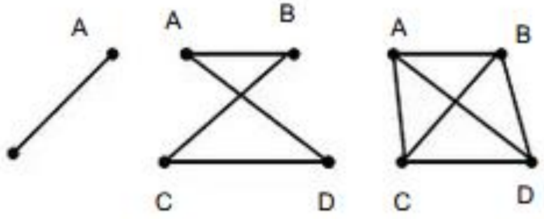
Osnovni pojmovi

- Teorija grafova je samostalna i važna oblast matematike.
- Grafovi su posebno zanimljivi jer pomoću njih možemo modelovati razne složene probleme veoma jednostavno.
- Na primer, postavljanje saobraćajnica, električnih mreža, računarskih mreža i sl. Posebno su interesantni problemi najkraćeg puta, najniže cene, generalno problemi optimizacije.
- Jednostavni, svakodnevni, problemi kao što je pravljenje rasporeda časova koji se, takođe, mogu posmatrati kao grafovski problem.
- Prvi problem i njegovo rešenje, teorije grafova jeste rad **Leonarda Ojlera**
- (Leonhard Paul Euler,1707-1783) pod nazivom *Sedam mostova Kenigsberga*, objavljen 1736 godine.

- Kasnije, Frensis Gutri 1852. godine je izložio problem četiri boje koji postavlja pitanje da li je moguće obojiti zemlje na geografskoj karti sa samo četiri boje, a da se ne pojave dve susedne zemlje obojene istom bojom.
- Ovaj problem su rešili tek 1976 godine Kenet Apel i Volfgang Heken, ali se postavljanje ovog problema smatra rođenjem teorije grafova.
- Tokom pokušaja rešavanja ovog problema otkrivene su mnoge teoreme i definisani mnogi novi pojmovi i koncepti

Osnovni pojmovi i definicije

- Graf je apstraktni matematički objekat.
- Neformalno govoreći, *grafovi* su sastavljeni od tačaka, odnosno **čvorova** i linija među njima, odnosno *grana*.



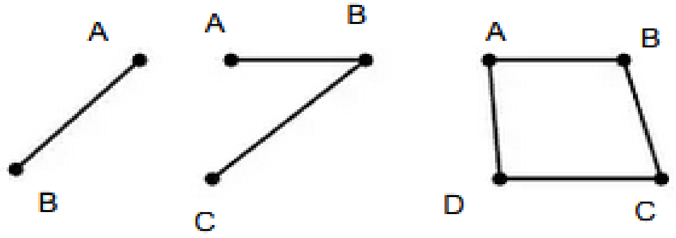
- Skup **čvorova** obeležavamo sa V (engl.*vertices*), a skup *grana* sa E (engl.*edge*).
- Graf *G=(V,E)* je uređeni par koji se sastoji od skupa čvorova V i skupa grana E .

$$E \subseteq \binom{V}{2}$$

Primeri grafova

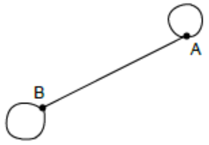
- **Primer:**
  Čvorovi mogu biti gradovi, a grane putevi između njih.
  Čvorovi mogu biti računari, a veze između njih grane.
- **Primer:**
- Za dati skup čvorova i grana nacrtati odgovarajuće grafove.

$$a)\ V=\{A,B\},\ E=\{AB\}$$
$$b)\ V=\{A,B,C\},\ E=\{AB,BC\}$$
$$c)\ V=\{A,B,C,D\},\ E=\{AB,BC,AD,CD\}$$



Osnovni pojmovi i definicije

- Grana $e = (u, v)$ spaja dva ***susedna*** čvora u i v.
- Grana e je ***incidentna*** sa čvorom *u*, odnosno čvorom *v*.
- Grana koja spaja čvor sa samim sobom naziva se ***petlja.***
- Graf koji nema nijednu petlju naziva se ***prost graf.***

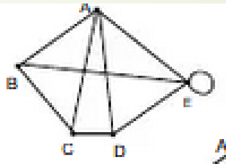


- Graf koji ima konačan broj čvorova zove se ***konačan graf*** Analogno, graf sa beskonačnim brojem čvorova zove se ***beskonačan graf.***
- ***Multigraf*** je graf kod koga između dva čvora postoji više od jedne grane.
- ***Kompletan*** ili ***potpuni graf*** je onaj graf kod koga su svaka dva čvora povezana granom. Kompletan graf sa n čvorova se obeležava sa K_n .

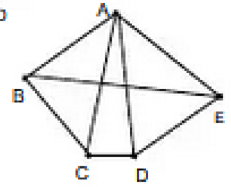
  Kompletan graf ima $\binom{n}{2}$ grana.

Vrste grafova

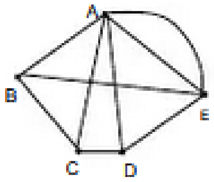
- Dva susedna čvora su ***krajnje tačke*** svake grane.
- Grana koja spaja čvor sa samim sobom naziva se *petljom.*



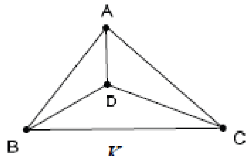
- Graf koji nema nijednu petlju nazivaju se *prostim grafom*.



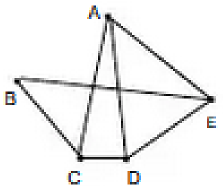
- Graf koji ima konačan broj čvorova se zove ***konačan graf.*** Analogno, graf sa beskonačnim brojem čvorova se zove ***beskonačan graf.***
- *Multigraf* je graf kod koga između dva čvora postoji više od jedne grane.



- *Kompletan* ili *potpun graf* je onaj graf kod koga su svaka dva čvora povezana granom.
- Ima $\binom{n}{2}$ grana. Obeležava se sa K_n.



K_4



Vrste grafova

- ***Prost graf*** G je uređeni par $G=(V,E)$ koji se sastoji od skupa čvorova V i skupa grana E, gde je

$$E \subseteq \binom{V}{2}$$

- ***Neorijentisani graf*** $G=(V,E)$ je uređen skup parova čvorova i grana gde je

$$E \subseteq \binom{V}{2} \cup V$$

  Znači on može imati i petlje.

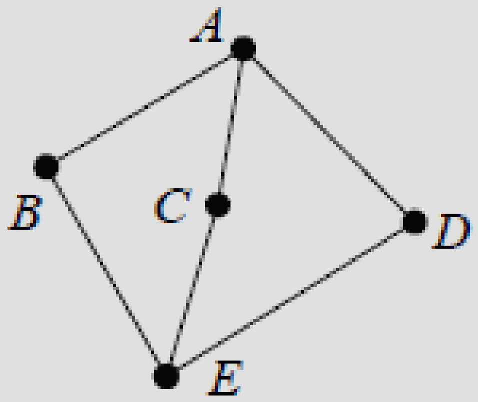
- ***Orijentisani graf*** ili ***digraf*** $G=(V,E)$ je uređen skup parova čvorova i grana gde je $E \subseteq V \times V$. Znači on ima orijentaciju, grana $v=(a,b)$ ima ***početni čvor*** u a i ***krajnji čvor*** u b.

Stepen čvora

- ***Stepen čvora*** jednak je broju grana grafa koji imaju kraj u tom čvoru.
- Čvor stepena 0 naziva se ***izolovani čvor***.
- Grana koja spaja čvor sa stepenom jedan je ***viseća grana***.

Primer:

Dat je graf na slici. Odrediti susedne čvorove i grane i stepene čvorova



U grafu na slici čvorovi *A* i *C* su susedni, kao grane *AB, AD* i *AC*.

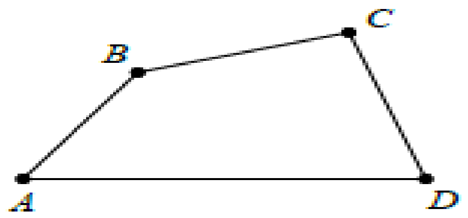
Čvorovi *A* i E nisu susedni, kao ni grane *AC* i *BE*.

Čvorovi *B, C, D* su stepena 2, a čvorovi *A* i E su stepena 3.

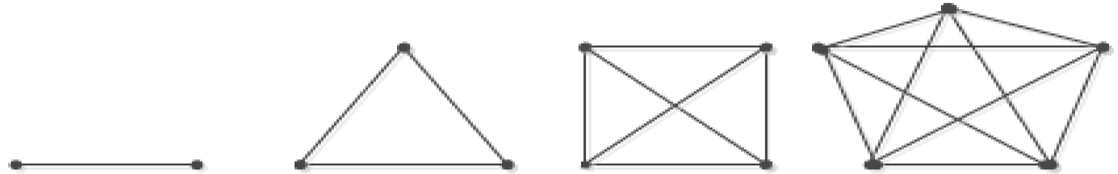
Regularan graf

- Graf je ***regularan*** ako su svi čvorovi istog stepena.

  Na slici je dat regularan graf stepena 2.



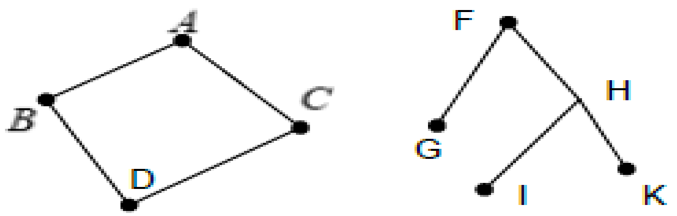
- Regularni grafovi sa *n* čvorova stepena *n-1* su prema tome kompletni grafovi.
  Na slici su dati kompletni grafovi K_2, K_3, K_4, K_5



- ***Put*** je niz grana grafa sa osobinom da je kraj *k-te* grane u nizu početak naredne *k+1-te* grane. U opštem slučaju put je niz grana koje su međusobno povezane.

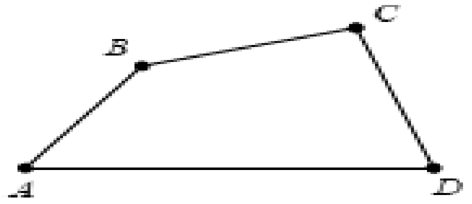
- ***Prost put*** ili ***elementarni put*** je put kod koga se kroz jedan čvor prolazi tačno jednom.

- Graf je ***povezan*** ako postoji put između bilo koja dva različita čvora.



Prvi od grafova sa slike je povezan, a drugi je nepovezan.

- Ako je početni čvor ujedno i krajnji, takav put se naziva ***ciklus ili kontura***.
- ***Kontura*** je konačan, povezan, regularni graf stepena 2.



- ***Dužina puta(konture)*** je broj grana koji čine put (konturu).

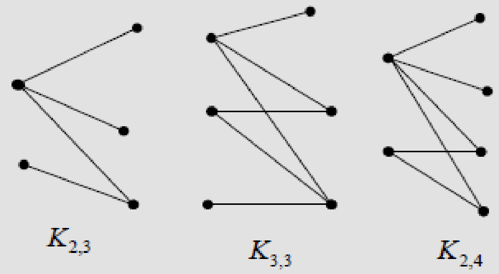
- ***Bipartitivni graf*** je graf koji se sastoji od dva podskupa čvorova *X* i *Y*, tako da svaka dva čvora iz različitih podskupova su povezana granom, a nijedna grana ne povezuje čvorove iz istog podskupa. Podskupovi *X* i *Y*, nazivaju se ***klase***.

  Za obeležavanje bipartitivnih grafova koristi se oznaka $K_{m,n}$, gde je *n* broj čvorova prvog podskupa, a *m* broj čvorova drugog.

Primer:

Nacrtati bipartitivne grafove

$K_{2,3}, K_{3,3}, K_{2,4}$.

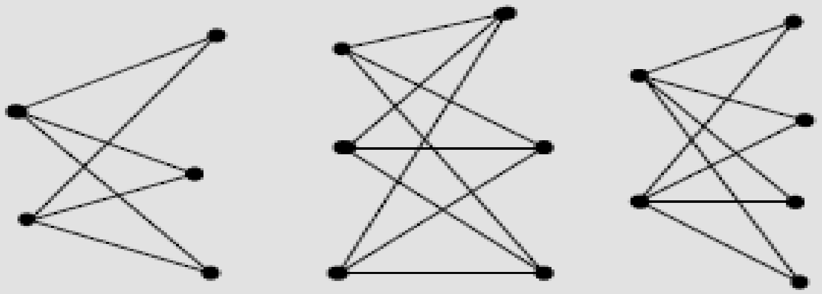


Kompletan bipartivni graf

- ***Kompletan bipartitivni graf*** je graf koji se sastoji iz 2 podskupa čvorova, tako da je svaki čvor iz prvog skupa susedan sa svakim čvorom iz drugog skupa.

Primer:

Nacrtati kompletne bipartitivne grafove $K_{2,3}, K_{3,3}, K_{2,4}$.



$K_{2,3}$ $K_{3,3}$ $K_{2,4}$

- **Teorema 1:**
  Zbir stepena svih čvorova u grafu bez petlji uvek je ***paran broj*** i jednak je ***dvostrukom broju grana.***
  Ako su d_i stepeni čvorova, tada je

$$\sum_{i=1}^{n} d_i = 2e .$$

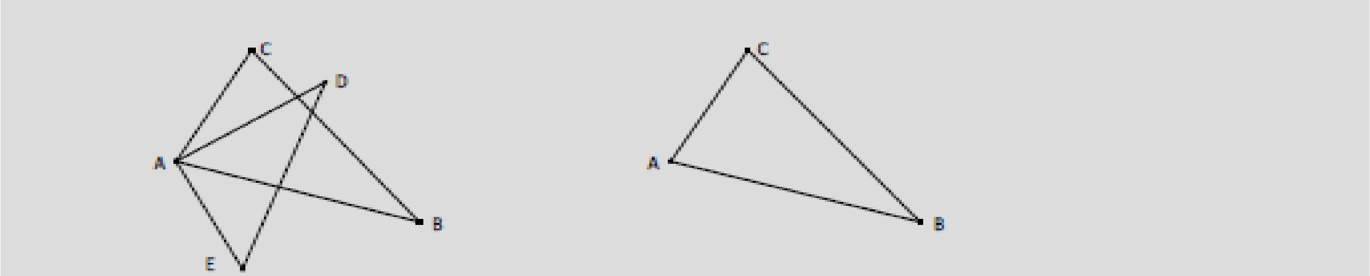
  Pošto svaka grana u grafu povezuje dva čvora, svaka grana doprinosi sa 2 zbiru stepena čvorova i taj zbir mora da bude jednaka dvostrukom broju grana.
  Prema tome zbir stepena svih čvorova zaista mora da bude paran broj.

- **Teorema 2:**
  Svaki prost graf ima ***paran*** broj čvorova ***neparnog stepena.***

Kao posledica teoreme 1 imamo tvrđenje da regularni grafa stepena r ima

$e = \frac{1}{2} nr$ grana.

- Graf $G'=(V',E')$ je ***podgraf*** grafa $G=(V, E)$ ako je skup njegovih čvorova V' podskup skupa čvorova grafa V, a skup njegovih grana E' je podskup skupa grana E.

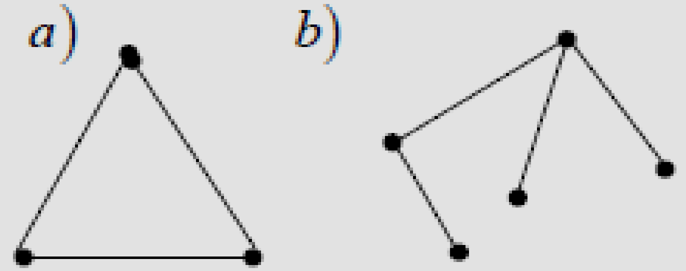


Planarni grafovi

- ***Planarni graf*** je onaj prost graf koji se može nacrtati u ravni, a da mu se grane ne seku, sem u čvorovima.
- On deli ravan na više konačnih zatvorenih oblasti i jednu beskonačnu.
- Svaka zatvorena oblast se naziva ***ćelija***.

Primer:

Grafovi na slici su planarni, graf a deli ravan na 1 konačnu i jednu beskonačnu
oblast, dok graf b određuje samo jednu beskonačnu oblast.

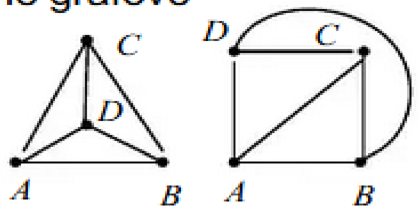


Primer planarnog grafa je mreža puteva ako se isključe nadvožnjaci, odnosno saobraćajne petlje. Koriste se i u projektovanju elektronskih uređaja, odnosno svuda gde bi ukrštanje veza dovelo do kratkog spoja . Na primer, ako je integrisano kolo predstavljeno planarnim grafom može biti odštampano na jednom nivou, a ako graf nije planaran mora se koristiti više nivoa štampe.

Planarni grafovi

- *Ojerova teorema:Povezan planarni graf* deli ravan na *f=e-v+2* oblasti.
- **Primer:**

  Nacrtati planarane grafove



Ovi grafovi dele ravan na *f=6-4+2=4* oblasti.

- ***Ojlerova teorema 2*** **:** Konveksni poliedar sa *n* temena i *m* ivica ima *s=m-n+2* strane.

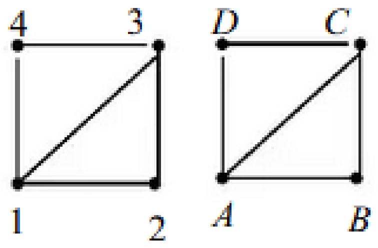
Ako temena poliedra shvatimo kao čvorove, a njegove ivice kao grane jednog grafa, dobija se planarni graf .

Grafovi koji se često u praksi koriste, a nisu planarni, su potpuni ***pentagraf*** K_5 i potpuni ***bitrigraf*** $K_{3,3}$.

Izomorfni grafovi

- Grafovi se razlikuju samo po tome kako su čvorovi povezani, a ne kako su obeleženi.
- Dva grafa $G_1=(V_1,E_1)$ i $G_2=(V_2,E_2)$ su *izomorfni* , ako postoji bijekcija $f:V_1\to V_2$ za koju važi da je $\{u,v\}\in E_1$, ako i samo ako $\{f(u),f(v)\}\in E_2$ i koristimo oznaku $G_1\cong G_2$
- Izomorfizam održava susednost čvorova.
- Izomorfni grafovi su u stvari isti grafovi, ali različito nacrtani. Obeležavanje čvorova nema značaja za strukturu grafa, tako da se često i ne obeležavaju.
- Ispitivanje da li su dva grafa izomorfna je složeno pitanje i do danas nemamo egzaktan algoritam za rešavanje ovog problema.
- **Primer:**

  Nacrtati dva izomorfna grafa.



Izomorfizam ovih grafova definisan je bijekcijom $f=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ A & B & C & D\end{pmatrix}$

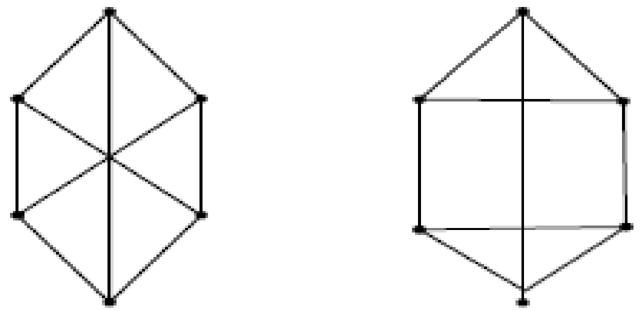
Izomorfni grafovi

Izomorfni grafovi moraju imati:

1. Isti broj čvorova,
2. Isti broj grana,
3. Isti niz stepena čvorova,
4. broj čvorova stepena 1,
5. cikluse istih dužina i td.

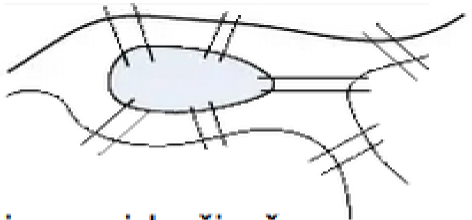
Ovo su potrebni, a ne dovoljni uslovi da bi grafovi bili izomorfni. Ispunjenje ovih uslova ne garantuje da su dva grafa izomorfna.

Sledeća dva grafa na slici imaju isti broj čvorova, grana, svi čvorovi su istog stepena, pa opet nisu izomorfni.

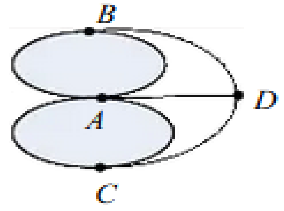


Ojlerovi grafovi

- Švajcarskom matematičaru Leonardu Ojleru tokom boravka u Keninsbrgu , današnji Kalinjgrad, građani su postavili pitanje koje ih je mučilo.
- Grad leži na obalama i na dva ostrva na reci Pregel i povezan je sa sedam mostova. Pitanje je bilo da li je moguće početi šetnju iz bilo koje tačke u gradu i vratiti se u polaznu tačku, prelazeći pri tome svaki most tačno jednom.
- 1735.godine Ojler je prezentovao svoj rad dokazujući da je takav prelazak nemoguć, uz napomenu da se razmatranje može proširiti da prozvoljan raspored ostrva i mostova.
- Ovaj rad smatra se pretečom teorije grafova.



- Ojler je problem rešio tako što je svakoj obali i ostrvima pridružio čvorove, a mostovi su bili grane između njih. Tako je dobio jedan multigraf.

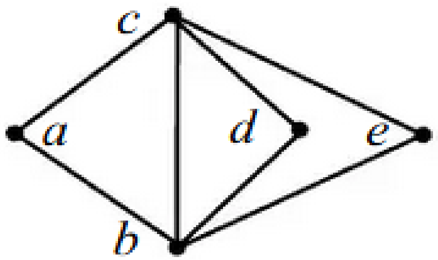


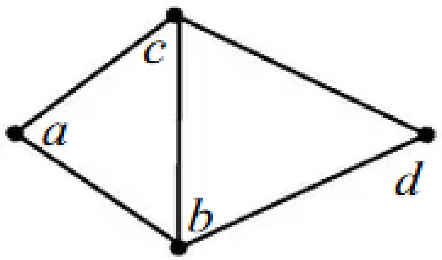
Ojlerovi grafovi

- Ojlerov graf je graf koji se može nacrtati ne podižući olovku sa papira.
- Zatvoren kontura koji sadrži sve grane grafa G naziva se *Ojlerov ciklus ili kontura.*
- Graf koji ima Ojlerovu konturu zove se *Ojlerov graf.*
- *Ojlerov put* je put koja sadrži sve grane iz G tačno jedanput. (ne mora biti zatvoren).
- Graf koji ima Ojlerov put se zove *poluojlerov graf.*
- T: Graf *G* je *Ojlerov* akko je povezan i svi čvorovi su parnog stepena.
- T: Graf ima *Ojlerov put* akko povezan i sadrži najviše 2 čvora neparanog stepena.

Ojlerovi grafovi

- **Primer:**
- Nacrtati jedan Ojlerov graf i jedan koji to nije.

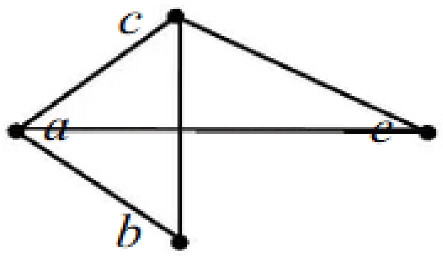


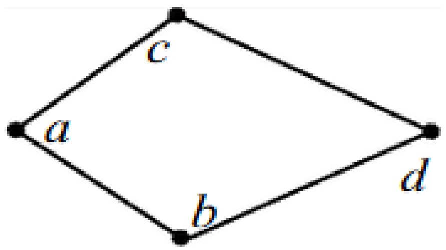


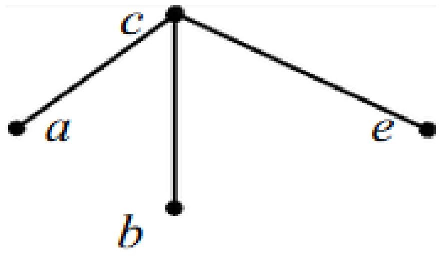
- Prvi graf je Ojlerova kontura, napr : *abcdbeca.*
- U prvom grafu svi čvorovi su parnog stepena.
- Znači on je Ojlerov graf.
- Drugi graf je samo Ojjlerov put , napr : *cabcdba* i ima tačno 2 čvora neparnog stepena.

Ojlerovi grafovi

- **Primer:**
- Dati su grafovi:



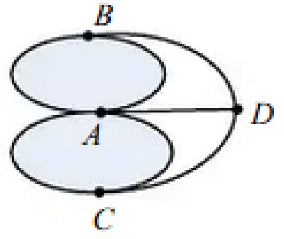




- Prvi graf je Ojlerov put, napr : caecba.(ima tacno 2 cvora neparnog stepena)
- Drugi graf je Ojjlerova kontura , napr : *abdca* (svi čvorovi su parnog stepena.)
- Znaci on je Ojlerov graf.
- Treci graf nije ni Ojlerova kontura ni put.

Ojlerovi grafovi

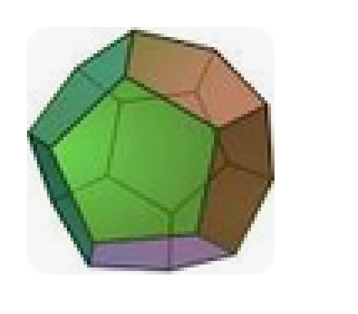
- Problem Kenisberških mostova se ne može svesti na Ojlerovu konturu, jer graf ima stepene čvorova 5, 3, 3, 3 pa samim time se zaključuje da je nemoguće da se svaki most pređe samo jedanput, a da se vratimo u početnu tačku.

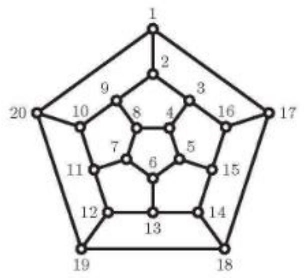


- Traženje Ojlerovog puta sreće se u problemima kombinatorna optimizacije, ali i u radu sa laserima, čiji je cilj da se optimalno koristi laser i samim tim pojeftini proizvodnja laserskih uređaja.
- Ojlerovi putevi su važni za organizaciju poslova u velikom gradu.
- Na primer, za raznošenje pošte, naplate računa i slično. Poštar će najracionalnije razneti poštu ako svaku ulicu obiđe tačno jedanput

Hamiltonovi grafovi

Slično Ojlerovim i Hamiltonovi grafovi imaju svoju predistoriju. Godine 1857 poznati irski matematičar Vilijam Hamilton (Ser William Rowan Hamilton) lansirao je sledeću igru na dodekaedru. Dodekaedar je jedan od pet pravilnih poliedara, Platonovih tela. Ima 12 strana i 20 temena. Sve strane su pravilni petouglovi i u svakom temenu sustiču se po tri. Hamilton je temena dodekaedra obeležio imenima 20 svetskih metropola i postavio zadatak da se nađe "put oko sveta". Pod tim je podrazumevao putanju ivicama dodekaedra koja kroz svako teme (metropolu) prolazi tačno jedanput i počinje i završava se u istom temenu.





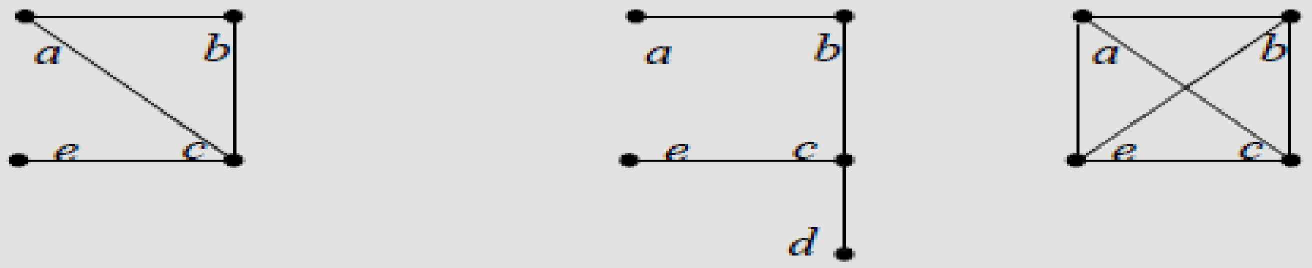
Hamiltonovi grafovi

Graf koji prolazi kroz sve čvorove datog grafa tačno jednom naziva se ***Hamiltonov graf***.

- ***Hamiltonov put*** u grafu G je put koji prolazi kroz svaki čvor, osim polaznog, tačno jedan put.
- Zatvoren Hamiltonov put zove se ***Hamiltonova kontura*** ili ***ciklus.***
- Graf koji ima Hamiltonov ciklus zove se ***Hamiltonov graf.***
- Graf koji ima Hamiltonov put se zove ***polu Hamiltonov graf.***

Primer:

Dati su grafovi na slici



Prvi graf je Hamiltonov put, napr: e,c,b,a.
Drugi graf nije ni Hamiltonov put, ni Hamiltonov graf.
Treći graf je Hamiltonov graf. Kompletan je graf, K_4

Hamiltonovi grafovi

TEOREME:

- Grafovi sa čvorovima stepena 1 ne mogu biti Hamiltonovi, dok u Hamiltonovom grafu svaki čvor je susedan sa dve grane u konturi.
- Svaki kompletan graf Kn sa $n \geq 3$ čvorova je Hamiltonov graf.
- Povezan graf sa $n \geq 3$ čvorova u kome je stepen svakog čvora bar $\frac{n}{2}$ je Hamiltonov graf.
- Neka je G graf sa $n \geq 3$ čvorova takav da za svaka 2 nesusedna čvora u i v važi $d(u)+d(v) \geq n$, tada je graf Hamiltonov.
- U orijentisanom grafu G u kojem za svaka 2 čvora u i v postoji bar 1 grana (u,v), (v,u) postoji Hamiltonov put.

Težinski grafovi

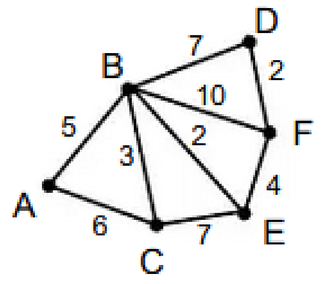
- Težinski graf je graf u kome nas ne zanimaju samo čvorovi i grane već i mogućnosti stizanja iz tačke A u tačku B i to na najbolji mogući način.
- Najbolji način zavisi od problema koji treba rešiti, to je najkraći put, nekada najjeftiniji, najbezbedniji, put na kome se troši najmanje energije i sl.
- Iz tih razloga svakoj grani se dodeljuje realan broj, njegova težina, odnosno mera.
- Ako želimo, na primer, da nađemo najkraći put između gradova težina je udaljenost, ili cena avionske karte koja spaja udaljene gradova i sl.
- Težina ne mora da bude pozitivan broj, ali uobičajeno je da se takav koristi, ne umanjujući opštost razmatranja.
- Ako neka grana ne postoji, tada se na pomenutu poziciju stavlja neki poseban simbol napr.

Težinski grafovi

- ***Težinski graf (digraf)*** $G=(V,E,w)$ je uređena trojka skupova čvorova, grana i težinske funkcije $w:E\rightarrow V\times V$ koja svakoj grani dodeljuje težinu.

Ako su težine pozitivni realni brojevi, a graf je bez petlji možemo zaključiti:

- Dužina puta je zbir svi težina na putu.
- Udaljenost čvorova je dužina minimalnog puta između dva čvora.
- Udaljenost čvora do samog sebe je 0.
- Težinski graf koji je usmeren zove se ***mreža.***



Predstavljanje grafova pomoću računara

- Grafovi se mogu koristiti za rešavanje mnogih praktičnih problema.
- Takve probleme rešavamo pomoću računara.
- Potrebno je na adekvatan način predstaviti grafove.
- Ne postoji neka unverzalna reprezentacija grafova koja bi rešila sve različite probleme u kojima se oni koriste.

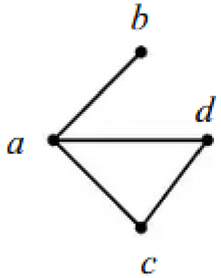
  Jedan od uobičajenih načina je pomoću:
- listi susedstva,
- matrica incidencije i
- matrica susedstva.

Lista susedstva

- Za svaki čvor grafa *G=(V,E)* *lista susedstva* sadrži sve čvorove koji su susedni sa njim u *G*,

$$l = \{ v \in V \mid (u,v) \in E \}$$

- **Primer:**
  Grafu sa slike odgovara sledeća lista susedstva



$$\begin{array}{c|c} u & l \\ a & (b,c,d) \\ b & (a) \\ c & (a,d) \\ d & (a,c) \end{array}$$

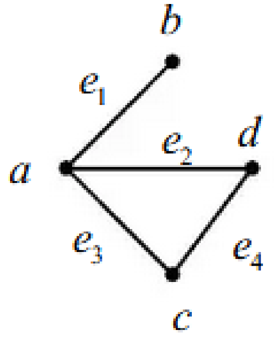
- Lista susedstva je sa memorijskih resursa najekonomičnija reprezentacija grafova.
- Svaka grana grafa ili digrafa predstavlja se sa 2 memorijske jedinice, jedna za početni čvor, a druga za krajnji čvor grane.
- Graf je reprezentovan sa 2m lokacija (m je broj grana)

Matrica incidencije

- Ako *(a,b)* predstavlja granu, a čvorovi *a* i *b* su krajnje tačke grane, za granu *(a,b)* se kaže da je *incidentna-susedna* čvorovima *a* i *b*.

- Neka je *G=(V,E)* graf. Matrica B čije su vrste obeležene čvorovima grafa a kolone granama grafa naziva se *matrica incidencije* . Element bij , jednak je 1 ako je i-ti čvor incidentan j-toj grani , a jednak nuli u protivnom.
- **Primer:**

  Grafu sa slike odgovara sledeća matrica incidencije

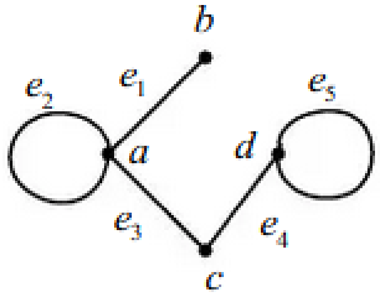


$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} e1 & e2 & e3 & e4 \end{array} \\
\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Matrica incidencije

- Matrice incidencije mogu da se koristite i kod grafova sa petljama.
- **Primer:**

  Grafu sa petljama sa slike, odgovara sledeća matrica incidencije.



$$\begin{array}{c|ccccc} & e1 & e2 & e3 & e4 & e5 \\ \hline a & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ d & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

- Matrica incidencije za neorijentisane grafove se definiše tako što ako je i-ti čvor susedan ili incidentan sa j-tom granom pišemo 1, inače je 0.
- Kod digrafova na preseku i-te vrste i j-te kolone stoji -1 ili 1 ako u i-ti čvor ulazi, odnosno izlazi j-ta grana, inače je 0.
- Ova reprezentacija je veoma neekonomična i ređe se koristi.

Matrica susedstva

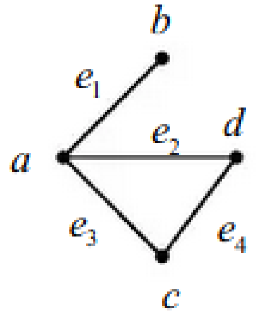
- ***Matrica susedstva*** je kvadratna matrica čiji je red jednak broju čvorova grafa.
- Element a_{ij} , jednak je broju grana koje polaze iz čvora v_i a završavaju se u čvoru v_j
- Ako su dva čvora spojena najviše jednom granom iste orijentacije tada je:

$$a_{ij} = \begin{cases} 0, & ako\ ne\ postoji\ grana\ od\ čvora\ i\ do\ čvora\ j \\ 1, & ako\ postoji\ grana\ od\ čvora\ i\ do\ čvora\ j \end{cases}$$

- Matrica susedstva je simetrična u odnosu na glavnu dijagonalu.

Matrica susedstva

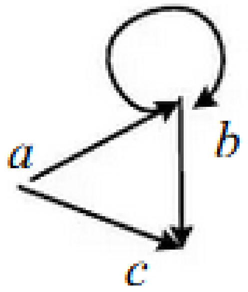
- Neka je *G=(V,E)* graf . Matrica A čije su vrste obeležene čvorovima grafa, a kolone istim tim čvorovima u istom poretku, se zove *matrica susedstva*.
- Element aij , jednak je 1 ako postoji grana od i-tog čvora do j-tog čvora , a jednak nuli u protivnom.
- Matrica susedstva je kvadratna matrica simetrična u odnosu na glavnu dijagonalu.
- **Primer:**
- Grafu sa slike odgovara sledeća matrica susedstva (oznake vrsta i kolona se ne moraju pisati)



$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Matrica susedstva

- **Primer:**
- Usmerenom grafu sa slike odgovara matrica susedstva



$$\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 1 & 1 \\ b & 1 & 1 & 1 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

- Matrica susedstva je najčešća matrična interpretacija grafova.